

ZUR RATIONALITÄTSFRAGE FÜR MODULRÄUME EBENER KURVEN

CHRISTIAN BÖHNING

Sei G eine lineare algebraische Gruppe, und sei V eine endlichdimensionale lineare G -Darstellung (beide über $\mathbb{C}$). Dann besteht die bis auf Emmy Noether zurückgehende Rationalitätsfrage der Invariantentheorie darin zu entscheiden, ob V/G rational, d.h. der Invariantenkörper $\mathbb{C}(V)^G$ eine rein transzendente Erweiterung von $\mathbb{C}$ ist.

Im Vortrag wird zunächst ein kurzer Überblick über den derzeitigen Wissensstand zum Rationalitätsproblem gegeben, danach ein Beweis für den folgenden Satz (vgl. [BvB]) skizziert:

Der Modulraum $C(d) = \mathbb{P}(\text{Sym}^d(\mathbb{C}^3)^\vee)/\text{SL}_3(\mathbb{C})$ ebener Kurven vom Grad d (bzgl. projektiver Äquivalenz) ist für genügend großes d rational.

Abschließend sollen einige neuere Resultate zur Rationalität des Modulraums von Lürothquartiken sowie des damit in Beziehung stehenden Modulraums von Bateman 7-Tupeln von Punkten in $\mathbb{P}^2$ angegeben werden. Dabei ist eine Lürothquartik eine ebene Quartik mit einem einbeschriebenen Pentagon von Geraden, und eine Konfiguration von sieben Punkten in $\mathbb{P}^2$ heißt *Bateman*, falls sie durch das Verschwinden der maximalen Minoren einer 2×3 -Matrix

$$\begin{pmatrix} \partial_{x_0} C & \partial_{x_1} C & \partial_{x_2} C \\ \partial_{x_0} Q & \partial_{x_1} Q & \partial_{x_2} Q \end{pmatrix}$$

definiert wird, wobei C die Gleichung einer Kubik, Q die eines Kegelschnitts in $\mathbb{P}^2$ ist. Diese Modulräume -allerdings nicht deren Rationalität- werden z.B. in [Mor], [O-S] untersucht.

REFERENCES

- [BvB] Böhning, Chr. & Graf v. Bothmer, H.-Chr., *The rationality of the moduli spaces of plane curves of sufficiently large degree*, *Inventiones Mathematicae* (2010) **179**, p. 159-173, available via open access DOI 10.1007/s00222-009-0214-6
- [Mor] Morley, F., *On the Lüroth quartic curve*, *American Journal of Math.* **41** (1919), 279-282
- [O-S] Ottaviani, Giorgio & Sernesi, Edoardo, *On the hypersurface of Lüroth quartics*, to appear in *Michigan Math. Journal*, preprint 2009, arXiv:0903.5149